Een raaklijn met twee cirkels

Gegeven zijn de punten $A(-6, -6)$ en $B(-18, -2)$.

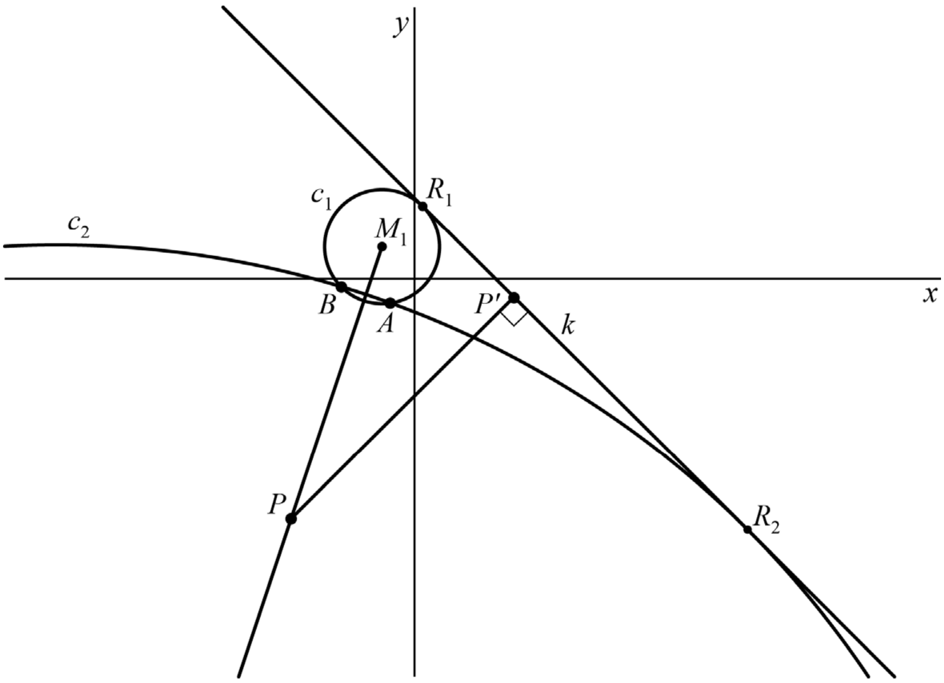
Lijn k is de lijn met vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Er bestaan twee cirkels c_1 en c_2 die voldoen aan de volgende eisen:

– Punt A en punt B liggen op de cirkel.
– De cirkel raakt aan lijn k.

Cirkel c_1 heeft middelpunt M_1 en raakt aan lijn k in het punt R_1.
Cirkel c_2 heeft middelpunt M_2 en raakt aan lijn k in het punt R_2.
Zie de figuur. In de figuur is c_2 vanwege de grootte slechts gedeeltelijk weergegeven. Middelpunt M_2 valt buiten de figuur.

figuur



Voor een willekeurig punt P op de middelloodlijn van AB geldt:
$P(p, 3p+32)$
De loodrechte projectie van punt P op lijn k is P'. Zie de figuur.
De coördinaten van P' zijn $(-p-6, p+26)$.

4p **14** Bewijs dat de coördinaten van P' juist zijn.

M_1 en M_2 liggen, net als P, op de middelloodlijn van AB. Als P samenvalt met M_1, dan geldt dat PP' gelijk is aan de straal van de bijbehorende cirkel en dus ook gelijk aan PB en PA. Met behulp hiervan kunnen de coördinaten van M_1 en M_2 worden berekend.

5p **15** Bereken exact de coördinaten van M_1 en M_2.

Bronvermelding
Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.